

## Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024 – matematyka, **poziom** **rozszerzony**

Egzamin maturalny dla pierwszych absolwentów zreformowanych szkół ponadpodstawowych w latach 2023 i 2024 zostanie przeprowadzony na podstawie wymagań egzaminacyjnych ogłoszonych przez CKE 25 lutego 2022 r. w *Aneksie do Informatora o egzaminie maturalnym z matematyki jako przedmiotu dodatkowego obowiązującym w latach szkolnych 2022/2023 oraz 2023/2024 (projekt)*. Analiza tego dokumentu pozwala precyzyjnie wskazać, które z treści nauczania zawarte w wymaganiach szczegółowych podstawy programowej kształcenia ogólnego z matematyki w zakresie podstawowym i rozszerzonym zostały usunięte lub zmodyfikowane. Poniżej prezentujemy pełne zestawienie zmian.

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<b>I. Liczby rzeczywiste. Zdający:</b>		
<p>1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p> <p>2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż:</p> <p style="margin-left: 20px;">a) dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych,</p> <p style="margin-left: 20px;">b) dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2;</p> <p>3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;</p> <p>4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;</p> <p>5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> oraz <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>;</p>	<p>Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p>	<p>1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;</p> <p>2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych;</p> <p>3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;</p> <p>4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;</p> <p>5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli <math>x &lt; y</math> oraz <math>a &gt; 1</math>, to <math>a^x &lt; a^y</math>, zaś gdy <math>x &lt; y</math> oraz <math>0 &lt; a &lt; 1</math>, to <math>a^x &gt; a^y</math>;</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;</p> <p>7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu:  <math> x + 4  = 5</math>, <math> x - 2  &lt; 3</math>,  <math> x + 3  \geq 4</math>;</p> <p>8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów;</p> <p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu.</b></p>	<p>} Obliczanie procentów składanych ograniczono tylko dla kapitalizacji rocznej. Usunięto obliczanie kosztów kredytów.</p>	<p>6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;</p> <p>7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu:  <math> x + 4  = 5</math>, <math> x - 2  &lt; 3</math>,  <math> x + 3  \geq 4</math>;</p> <p>8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat;</p> <p>9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi.</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu;</p> <p>2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.</p>
<b>II. Wyrażenia algebraiczne. Zdający:</b>		
<p>1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: <math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>, <math>(a + b)^3</math>, <math>(a - b)^3</math>, <math>a^3 - b^3</math>, <math>a^n - b^n</math>;</p> <p>2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;</p> <p>3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;</p>	<p>} Wzory na trzecie potęgi przeniesiono do poziomu rozszerzonego. Usunięto wzór na różnicę <math>n</math>-tych potęg.</p>	<p>1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: <math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>;</p> <p>2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;</p> <p>3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu <math>W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}</math>;</p> <p>5) znajduje pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>6) dzieli wielomian jednej zmiennej <math>W(x)</math> przez dwumian postaci <math>x - a</math>;</p> <p>7) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;</p> <p>8) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: <math>\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}</math>,  <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}</math>.</p> <p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>2) stosuje podstawowe własności trójkąta Pascala oraz następujące własności współczynnika dwumianowego (symbolu Newtona): <math>\binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{n-1} = n, \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}</math>;</p> <p>3) korzysta ze wzorów na: <math>a^3 + b^3, (a + b)^n</math> i <math>(a - b)^n</math>.</p>	<p>Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p> <p>Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p> <p>Usunięto stosowanie własności trójkąta Pascala.</p> <p>Stosowanie symbolu Newtona tu usunięto, ale bez zmian pozostało w dziale XI. Kombinatoryka.</p> <p>Usunięto korzystanie ze wzorów na: <math>(a + b)^n</math> i <math>(a - b)^n</math>.</p>	<p>4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu <math>W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}</math>;</p> <p>5) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;</p> <p>6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż: <math>\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}</math>,  <math>\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}, \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}</math>.</p> <p>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;</p> <p>2) dzieli wielomian jednej zmiennej <math>W(x)</math> przez dwumian postaci <math>x - a</math>;</p> <p>3) korzysta ze wzorów na: <math>(a + b)^3, (a - b)^3, a^3 + b^3, a^3 - b^3</math>.</p>
<b>III. Równania i nierówności. Zdający:</b>		
<p>1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;</p>		<p>1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;</p> <p>3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;</p> <p>4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;</p> <p>5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;</p> <p>6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci <math>W(x) = 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</p> <p>7) rozwiązuje równania wymierne postaci <math>\frac{V(x)}{W(x)} = 0</math>, gdzie wielomiany <math>V(x)</math> i <math>W(x)</math> są zapisane w postaci iloczynowej.</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</p> <p>2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż <math>\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}</math>;</p> <p>3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;</p>	<p style="text-align: center;">} Usunięto.</p>	<p>2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;</p> <p>3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;</p> <p>4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;</p> <p>5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci <math>W(x) = 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</p> <p>6) rozwiązuje równania wymierne postaci <math>\frac{V(x)}{W(x)} = 0</math>, gdzie wielomiany <math>V(x)</math> i <math>W(x)</math> są zapisane w postaci iloczynowej.</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu: <math>W(x) &gt; 0</math>, <math>W(x) \geq 0</math>, <math>W(x) &lt; 0</math>, <math>W(x) \leq 0</math> dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;</p> <p>2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż <math>\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}</math>;</p> <p>3) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż:  <math>2 x + 3  + 3 x - 1  = 13</math>,  <math> x + 2  + 2 x - 3  &lt; 11</math>;</p> <p>5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.</p>		<p>4) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż:  <math>2 x + 3  + 3 x - 1  = 13</math>,  <math> x + 2  + 2 x - 3  &lt; 11</math>;</p> <p>5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.</p>
<b>IV. Układy równań. Zdający:</b>		
<p>1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;</p> <p>2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;</p> <p>3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci  <math display="block">\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}</math></p> <p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci  <math display="block">\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}</math></p>	<p>Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p>	<p>1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;</p> <p>2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych.</p> <p>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe, a drugie kwadratowe, postaci  <math display="block">\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases}</math></p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
		2) rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$
<b>V. Funkcje. Zdający:</b>		
<p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p> <p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;</p> <p>4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p> <p>7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;</p> <p>8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);</p>		<p>1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);</p> <p>2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;</p> <p>3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;</p> <p>4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;</p> <p>5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;</p> <p>7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;</p> <p>8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p> <p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <p>12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</p> <p>13) posługuje się funkcją <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;</p> <p>14) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykres funkcji <math>y =  f(x) </math>;</p> <p>2) posługuje się złożeniami funkcji;</p> <p>3) dowodzi monotoniczności funkcji zadanej wzorem, jak w przykładzie: wykaż, że funkcja <math>f(x) = \frac{x-1}{x+2}</math> jest monotoniczna w przedziale <math>(-\infty, -2)</math>.</p>	<p style="text-align: center;">Usunięto.</p> <p style="text-align: center;">Usunięto.</p> <p style="text-align: center;">Usunięto.</p>	<p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p> <p>11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <p>12) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x - a)</math>, <math>y = f(x) + b</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</p> <p>13) posługuje się funkcjami wykładniczą i logarytmiczną, w tym ich wykresami, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi.</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> rysuje wykres funkcji <math>y =  f(x) </math>.</p>





Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<b>VII. Trygonometria. Zdający:</b>		
<p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>;</p> <p>2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;</p> <p>3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeśli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;</p> <p>4) korzysta z wzorów <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>;</p> <p>5) stosuje twierdzenia sinusów i cosinusów oraz wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma</math>;</p> <p>6) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty).</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p> <p>2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;</p> <p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;</p> <p>5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje</p>	<p style="text-align: center;">} Usunięto.</p> <p style="text-align: center;">} Usunięto.</p> <p style="text-align: center;">} Stosowanie twierdzenia sinusów przesunięto do poziomu rozszerzonego.</p> <p style="text-align: center;">} Doprecyzowano, że do rozwiązywania trójkątów można wykorzystać twierdzenie cosinusów.</p>	<p>1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>, w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>;</p> <p>2) korzysta z wzorów <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}</math>;</p> <p>3) stosuje twierdzenie cosinusów oraz wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma</math>;</p> <p>4) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty m.in. z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów).</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p> <p>2) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;</p> <p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>4) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;</p> <p>5) korzysta z wzorów na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów, a także na funkcje</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>trygonometryczne kątów podwojonych;</p> <p>6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładach:  <math>4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1</math>,  <math>\sin^2 x \leq 1</math>.</p>	<p>} Usunięto rozwiązywanie nierówności trygonometrycznych.</p>	<p>trygonometryczne kątów podwojonych;</p> <p>6) rozwiązuje równania trygonometryczne o stopniu trudności nie większym niż w przykładzie  <math>4 \cos 2x \cos 5x = 2 \cos 7x + 1</math>;</p> <p>7) stosuje twierdzenie sinusów;</p> <p>8) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (m.in. z wykorzystaniem twierdzenia sinusów).</p>
<b>VIII. Planimetria. Zdający:</b>		
<p>1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</p> <p>2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrzznego leży dłuższy bok;</p> <p>3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;</p> <p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;</p> <p>5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;</p> <p>6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;</p> <p>7) stosuje twierdzenia: Talesa, odwrotne do twierdzenia Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;</p> <p>8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;</p>	<p>} Stosowanie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p>	<p>1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;</p> <p>2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;</p> <p>3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;</p> <p>4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;</p> <p>5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;</p> <p>6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;</p> <p>7) stosuje twierdzenia: Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;</p> <p>8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;</p> <p>10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;</p> <p>11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur;</p> <p>12) przeprowadza dowody geometryczne.</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu.</b></p>	<p>} Usunięto ortocentrum.</p> <p>} Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p>	<p>9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;</p> <p>10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;</p> <p>11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p><b>1) stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;</b></p> <p><b>2) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa;</b></p> <p><b>3) przeprowadza dowody geometryczne.</b></p>
<b>IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zdający:</b>		
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;</p> <p>2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy,</p>	<p>} <b>Postępowanie się równaniami prostych w postaci ogólnej przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</b></p>	<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;</p> <p>2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);</p> <p>3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;</p> <p>4) posługuje się równaniem okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math>;</p> <p>5) oblicza odległość punktu od prostej;</p> <p>6) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej;</p> <p>7) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) stosuje równanie okręgu w postaci ogólnej;</p> <p>2) znajduje punkty wspólne dwóch okręgów;</p> <p>3) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość, dodaje wektory i mnoży wektor przez liczbę, oba te działania wykonuje zarówno analitycznie, jak i geometrycznie.</p>	<p>Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p> <p>Usunięto.</p> <p>Usunięto.</p> <p>Usunięto działania na wektorach.</p>	<p>3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;</p> <p>4) posługuje się równaniem okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math>;</p> <p>5) oblicza odległość punktu od prostej;</p> <p>6) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) posługuje się równaniem prostej w postaci ogólnej na płaszczyźnie, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);</p> <p>2) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość;</p> <p>3) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej.</p>
<b>X. Stereometria. Zdający:</b>		
<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;</p>		<p>1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;</p> <p>3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</p> <p>5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</p> <p>6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</p> <p>7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.</p> <p><b>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;</p> <p>2) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.</p>	<p>} Posługiwanie się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p> <p>} Rozpoznawanie kątów między ścianami przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p> <p>} Usunięto.</p> <p>} Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.</p> <p>} Usunięto obliczanie objętości i pola powierzchni walca, stożka i kuli.</p> <p>} Wykorzystanie zależności między objętościami brył podobnych ograniczono do graniastosłupów i ostrosłupów podobnych.</p>	<p>2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;</p> <p>3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;</p> <p>5) wykorzystuje zależność między objętościami graniastosłupów oraz ostrosłupów podobnych.</p> <p><b>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</b></p> <p>1) zna i stosuje twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny i o trzech prostopadłych;</p> <p>2) posługuje się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;</p> <p>3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
		<p>ścianami, oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</p> <p>5) wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.</p>
<b>XI. Kombinatoryka. Zdający:</b>		
<p>1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;</p> <p>2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż:</p> <p style="margin-left: 20px;">a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,</p> <p style="margin-left: 20px;">b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.</p> <p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;</p> <p>2) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona) i jego własności przy</p>	<p style="text-align: center;"><b>XI. Kombinatoryka. Zdający:</b></p> <p style="text-align: center;">Usunięto stosowanie własności symbolu Newtona.</p>	<p>1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;</p> <p>2) zlicza obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w sytuacjach nie trudniejszych niż:</p> <p style="margin-left: 20px;">a) obliczenie, ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,</p> <p style="margin-left: 20px;">b) obliczenie, ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.</p> <p>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji, również w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów;</p> <p>2) stosuje współczynnik dwumianowy (symbol Newtona)</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.		przy rozwiązywaniu problemów kombinatorycznych.
<b>XII. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Zdający:</b>		
<p>1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;</p> <p>2) stosuje skalę centylową;</p> <p>3) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;</p> <p>4) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych;</p> <p>5) oblicza wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach.</p> <p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i stosuje wzór Bayesa, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;</p> <p>2) stosuje schemat Bernoulliego.</p>	<p>} Usunięto.</p> <p>} Usunięto.</p> <p>} Usunięto stosowanie wzoru Bayesa.</p>	<p>1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym;</p> <p>2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną, znajduje medianę i dominantę;</p> <p>3) oblicza odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje ten parametr dla danych empirycznych.</p> <p>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe, stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym;</p> <p>2) stosuje schemat Bernoulliego.</p>
<b>XIII. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.</b>		
<p>Uczeń rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.</p> <p>Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);</p> <p>2) stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i znajdowania</p>	<p>} Usunięto.</p>	<p>Zdający rozwiązuje zadania optymalizacyjne w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową.</p> <p>Poziom rozszerzony. Zdający spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) oblicza granice funkcji (w tym jednostronne);</p>

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymaganie egzaminacyjne w latach 2023 i 2024
<p>przybliżonej wartości miejsca zerowego;</p> <p>3) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną i fizyczną pochodnej;</p> <p>4) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu i funkcji złożonej;</p> <p>5) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;</p> <p>6) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.</p>	<p>} Usunięto podawanie interpretacji fizycznej pochodnej.</p> <p>} Usunięto obliczanie pochodnej funkcji złożonej.</p>	<p>2) stosuje definicję pochodnej funkcji, podaje interpretację geometryczną pochodnej;</p> <p>3) oblicza pochodną funkcji potęgowej o wykładniku rzeczywistym oraz oblicza pochodną, korzystając z twierdzeń o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu;</p> <p>4) stosuje pochodną do badania monotoniczności funkcji;</p> <p>5) rozwiązuje zadania optymalizacyjne z zastosowaniem pochodnej.</p>