

Empiriusz

MATEMATYKA

Geometria przestrzenna (stereometria)

PRZEWODNIK METODYCZNY
DLA NAUCZYCIELA



Spis treści

Aplikacja Geometria przestrzenna (stereometria)	3
Realizacja podstawy programowej	3
Wymagania egzaminacyjne	4
Zawartość aplikacji	6
Lista brył	6
Zadania w aplikacji	7
Odpowiedzi do zadań zamieszczonych w aplikacji	14
Pomysły na VR-lekcje	15

Aplikacja *Geometria przestrzenna (stereometria)*

Aplikacja ***Geometria przestrzenna (stereometria)*** to nowoczesne narzędzie, które można wykorzystać w procesie nauczania matematyki w szkołach ponadpodstawowych. Zawiera materiał o wysokiej jakości merytorycznej i graficznej, który pozwala prezentować w przystępny sposób trudne zagadnienia z zakresu stereometrii.

Wirtualna rzeczywistość angażuje uczniów, pobudza wyobraźnię i zwiększa motywację, pomaga zrozumieć nawet bardziej skomplikowane treści, a także znacznie poprawia zdolność zapamiętywania nowych wiadomości. Dzięki technologii VR lekcje stają się dla młodych ludzi ciekawsze i atrakcyjniejsze.

Uczeń, korzystając ze specjalnych gogli i kontrolerów VR, wchodzi w interakcję z figurami przestrzennymi, podczas gdy pozostałe osoby obserwują jego działania na ekranie lub tablicy interaktywnej. Urządzenie jest łatwe w obsłudze, a sama aplikacja bardzo intuicyjna. Dostępne opcje i funkcjonalności dają możliwość różnorodnej i ciekawej pracy na lekcji.

Prezentowana aplikacja jest kontynuacją aplikacji ***Geometria przestrzenna (podstawy)*** przeznaczonej dla szkół podstawowych. Zawiera w większości te same modele brył, ale służą one np. do prezentacji znacznie trudniejszych zagadnień, zgodnych z podstawami programowymi dla liceum i technikum oraz dla branżowej szkoły I i II stopnia. Z aplikacji mogą jednak korzystać również uzdolnieni uczniowie szkół podstawowych podczas dodatkowych zajęć matematyki czy spotkań kółek zainteresowań. Z kolei aplikacja dla niższego poziomu edukacyjnego może być z powodzeniem stosowana przez nauczycieli szkół ponadpodstawowych jako materiał powtórkowy, uzupełniający na lekcjach prowadzonych w szkole średniej.

Realizacja podstawy programowej

Zagadnienia zawarte w aplikacji *Geometria przestrzenna (stereometria)* spełniają wymagania podstawy programowej kształcenia ogólnego dla czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum z 30 stycznia 2018 r., a w szczególności realizują poniższe treści.

Wymagania ogólne
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych. [...]
IV. Rozumowanie i argumentacja. [...] 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności. [...]

Wymagania szczegółowe

X. Stereometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

[...]

- 2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
- 3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;
- 4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;
- 5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- 6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

[...]

- 2) wyznacza przekroje sześcienu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola, także z wykorzystaniem trygonometrii.

Treści z zakresu podstawowego to jednocześnie wymagania podstawy programowej kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły II stopnia z 30 stycznia 2018 r.

Aplikacja spełnia również następujące wymagania podstawy programowej kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia z 27 lipca 2018 r.:

Uczeń:

- 1) *posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;*
- 2) *oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.*

Wymagania egzaminacyjne

Zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji i Nauki z dnia 13 czerwca 2022 r. na egzaminie maturalnym z matematyki w roku szkolnym 2023/2024 obowiązują zmodyfikowane wymagania szczegółowe podstawy programowej kształcenia ogólnego. Poniższa tabela zawiera informacje dotyczące wymagań z zakresu stereometrii na egzaminie maturalnym na poziomie podstawowym.

Od 2025 r. egzamin maturalny będzie przeprowadzany na podstawie wymagań określonych w podstawie programowej matematyki dla czteroletniego liceum i pięcioletniego technikum. Oznacza to, że obejmie wszystkie rodzaje brył: graniastosłupy, ostrosłupy i bryły obrotowe.

Wymagania szczegółowe podstawy programowej	Komentarz do wymagań, które uległy zmianie	Wymagania egzaminacyjne w 2024 r.
X. Stereometria. Zdający:		
1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;		1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się;
2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną oraz pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;	Wymaganie dotyczące posługiwania się pojęciem kąta dwuściennego między półpłaszczyznami przeniesiono do poziomu rozszerzonego.	2) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;
3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi) oraz kąty między ścianami, oblicza miary tych kątów;	Wymaganie dotyczące rozpoznawania kątów między ścianami przeniesiono do poziomu rozszerzonego.	3) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi), oblicza miary tych kątów;
4) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;	Usunięto.	
5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;	Przeniesiono do poziomu rozszerzonego.	
6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;	Usunięto wymaganie dotyczące obliczania objętości i pola powierzchni walca, stożka i kuli.	4) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów i ostrosłupów, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń;
7) wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych.	Wymaganie dotyczące wykorzystania zależności między objętościami brył podobnych ograniczono do graniastosłupów i ostrosłupów.	5) wykorzystuje zależność między objętościami graniastosłupów oraz ostrosłupów podobnych.

Zawartość aplikacji

W aplikacji *Geometria przestrzenna (stereometria)* znajdują się modele figur przestrzennych, z którymi uczeń może wchodzić w różne interakcje. Po zapoznaniu się z własnościami brył użytkownik ma możliwość rozwiązania krótkich, interaktywnych zadań sprawdzających wiadomości dotyczące danego zagadnienia.

Lista brył

Tabela zawiera listę brył przedstawionych w aplikacji oraz dostępnych przy nich funkcjonalności.

GRUPA	BRYŁA	Model	Siatka	Przekątne	Przekroje	Kąt
GRANIASTOSŁUPY	Sześcian	✓		✓	✓	
	Prostopadłościan	✓			✓	
	Graniastosłup prawidłowy trójkątny	✓	✓		✓	
	Graniastosłup prosty czworokątny	✓	✓	✓		
	Graniastosłup prawidłowy czworokątny	✓	✓			✓
	Graniastosłup prawidłowy sześciokątny	✓	✓			✓
OSTROSŁUPY	Ostrosłup prawidłowy trójkątny	✓	✓			✓
	Ostrosłup prawidłowy czworokątny	✓	✓		✓	✓
	Ostrosłup prawidłowy sześciokątny	✓	✓			
BRYŁY OBROTOWE	Walec	✓	✓		✓	
	Stożek	✓	✓		✓	
	Kula*	✓			✓	

*Kula ma dodatkowe opcje w menu: **Bryły wpisane w kulę**, **Bryły opisane na kuli**.

Zadania w aplikacji

Poniżej znajdują się wszystkie zadania (łącznie z rysunkami) zamieszczone w aplikacji jako podsumowania kolejnych zagadnień. Przy każdym z nich dodano informację, czy dotyczy ono zakresu podstawowego (ZP) czy rozszerzonego (ZR).

SZEŚCIAN – PRZEKĄTNE (ZP)

Zadanie 1

Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Przekątne trzech sąsiednich ścian sześcianu mogą utworzyć trójkąt równoboczny.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Sinus kąta między przekątną sześcianu a przekątną jego ściany bocznej jest równy $\frac{\sqrt{6}}{3}$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

Zadanie 2

Wybierz właściwe dokończenie zdania.

Kąt między przekątną a podstawą sześcianu

- A. jest kątem prostym. C. zależy od długości krawędzi sześcianu.
 B. ma miarę 45° . D. ma cosinus równy $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

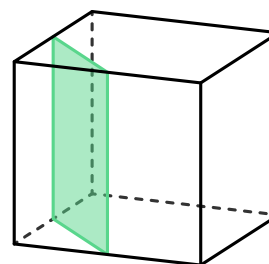
SZEŚCIAN – PRZEKROJE (ZP)

Zadanie 1

Sześcian, którego krawędź ma długość 4, przecięto płaszczyzną prostopadłą do podstaw i przechodzącą przez środki sąsiednich krawędzi podstaw. Ile wynosi pole otrzymanego przekroju?

Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 16 B. $8\sqrt{2}$ C. $16\sqrt{2}$ D. 8

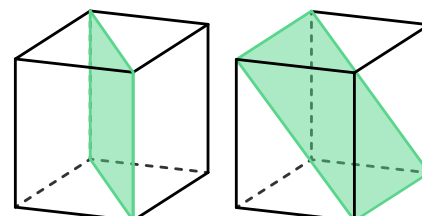


PROSTOPADŁOŚCIAN – PRZEKROJE (ZP)

Zadanie 1

Dany jest prostopadłościan, którego krawędzie podstawy mają długości 3 i 4, a wysokość jest równa długości przekątnej podstawy.

Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.



Pole przekroju tego prostopadłościanu powstałe po przecięciu go płaszczyzną przechodzącą przez przekątne jego podstaw wynosi 25.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Przekrój tego prostopadłościanu powstały po przecięciu go płaszczyzną przechodzącą przez przekątne przeciwległych ścian bocznych jest kwadratem.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

GRANIASOŚŁUP PRAWIDŁOWY TRÓJKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny, którego każda krawędź ma długość 6 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

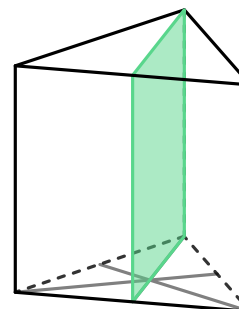
Pole powierzchni bocznej graniastosłupa wynosi 108 cm^2 .	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Siatka graniastosłupa składa się z 3 kwadratów i trójkąta równobocznego.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

GRANIASOŚŁUP PRAWIDŁOWY TRÓJKĄTNY – PRZEKROJE (ZR)

Zadanie 1

Graniastosłup prawidłowy trójkątny, którego wszystkie krawędzie mają długość 10 cm, przecięto płaszczyzną prostopadłą do podstaw i przechodzącą przez ich osie symetrii. Ile wynosi pole otrzymanego przekroju? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 50 cm^2 B. $50\sqrt{3} \text{ cm}^2$ C. 100 cm^2 D. $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$



GRANIASOŚŁUP PROSTY CZWOROKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Podstawę graniastosłupa prostego czworokątnego można podzielić na 2 jednakowe trójkąty prostokątne. Czy siatka tego graniastosłupa składa się z samych prostokątów? Wybierz właściwą odpowiedź oraz jedno z uzasadnień.

<input type="checkbox"/> Tak,	ponieważ 2 jednakowe trójkąty prostokątne	<input type="checkbox"/> A. zawsze tworzą trójkąt równoramienny.
<input type="checkbox"/> Nie,		<input type="checkbox"/> B. zawsze tworzą równoległobok.
		<input type="checkbox"/> C. nie zawsze utworzą prostokąt.

GRANIASOŚŁUP PROSTY CZWOROKĄTNY – PRZEKĄTNE (ZP)

Zadanie 1

Podstawą graniastosłupa jest romb o boku długości a i kącie rozwartym 120° oraz krawędzi bocznej długości b . Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Krótsza przekątna tego graniastosłupa i przekątna ściany bocznej mają tę samą długość.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Wszystkie przekątne graniastosłupa mają równe długości.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

GRANIASTOŚŁUP PRAWIDŁOWY CZWOROKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

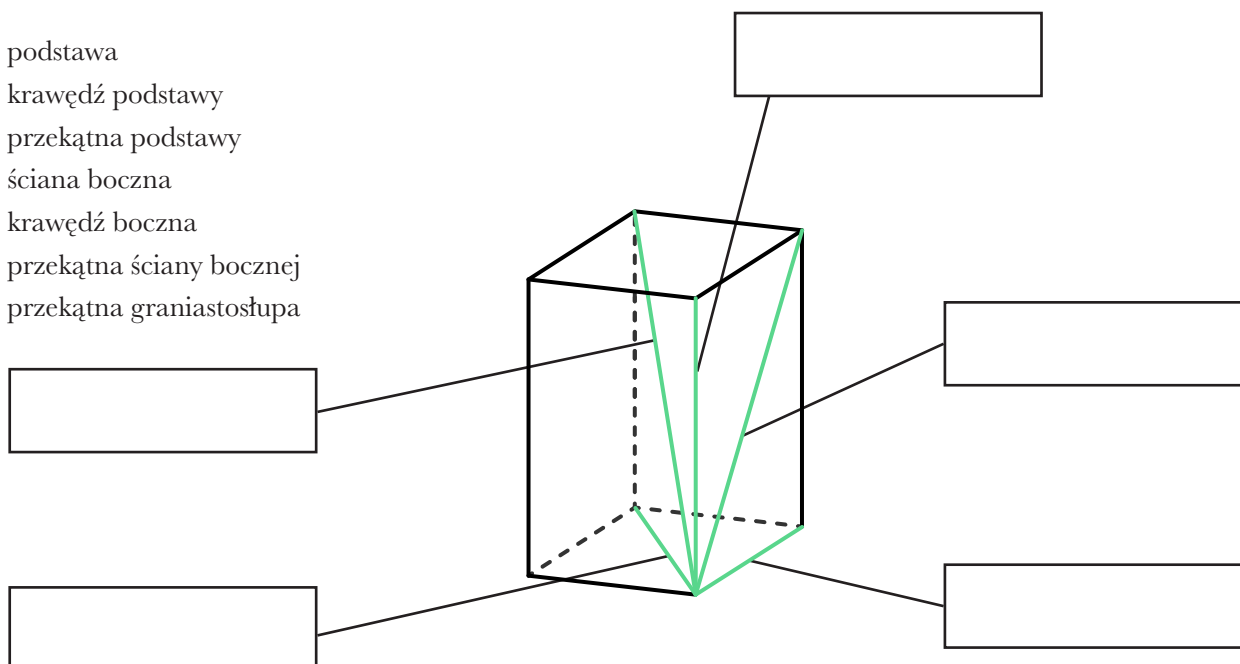
Przekątna podstawy graniastostupa prawidłowego czworokątnego ma długość $4\sqrt{2}$, a jego wysokość jest równa połowie długości krawędzi podstawy. Ile wynosi pole powierzchni całkowitej tego graniastostupa? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 64 cm^2 B. 48 cm^2 C. 32 cm^2 D. 24 cm^2

GRANIASTOŚŁUP PRAWIDŁOWY CZWOROKĄTNY – KĄT MIĘDZY ODCINKAMI (ZP)

Zadanie 1

Wstaw właściwe nazwy w puste pola.



Zadanie 2

Pole podstawy graniastostupa prawidłowego czworokątnego wynosi 4. Wysokość tego graniastostupa jest równa 4. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Kąt między przekątną graniastostupa a przekątną ściany bocznej ma miarę 60° .	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Wszystkie przekątne graniastostupa mają równe długości.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

GRANIASTOŚŁUP PRAWIDŁOWY SZEŚCIOKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Wszystkie krawędzie graniastostłupa prawidłowego sześciokątnego mają równe długości, a ich suma wynosi 54 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

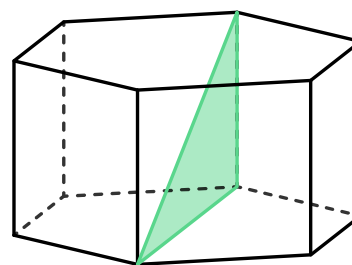
Pole powierzchni bocznej tego graniastostłupa wynosi 54 cm^2 .	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole powierzchni bocznej graniastostłupa jest równe iloczynowi obwodu podstawy i wysokości graniastostłupa.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

GRANIASTOŚŁUP PRAWIDŁOWY SZEŚCIOKĄTNY – KĄT MIĘDZY PRZEKĄTNĄ A PODSTAWĄ (ZP)

Zadanie 1

Wszystkie krawędzie graniastostłupa prawidłowego sześciokątnego mają równe długości. Ile wynosi tangens kąta między najdłuższą przekątną a podstawą tego graniastostłupa? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$



OSTROŚŁUP PRAWIDŁOWY TRÓJKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego trójkątnego mają równe długości, a ich suma wynosi 12 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Pole podstawy tego ostrosłupa jest równe $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa wynosi $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

OSTROŚŁUP PRAWIDŁOWY TRÓJKĄTNY – KĄT DWUŚCIENNY (ZP)

Zadanie 1

Ostrosłup prawidłowy trójkątny ma ścianę boczną o wysokości 4 i podstawę o wysokości 6. Jaka miarę ma kąt między ścianą boczną ostrosłupa a jego podstawą? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

OSTROŚŁUP PRAWIDŁOWY CZWOROKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

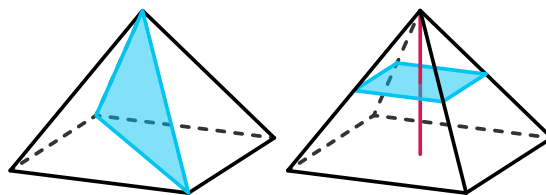
W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź podstawy i wysokość ściany bocznej mają tę samą długość równą 6. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest 2 razy większe od pola jego podstawy.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole podstawy tego ostrosłupa jest 3 razy mniejsze od pola jego powierzchni całkowitej.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

OSTROSŁUP PRAWIDŁOWY CZWOROKĄTNY – PRZEKROJE (ZR)

Zadanie 1

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym wszystkie krawędzie mają tę samą długość. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.



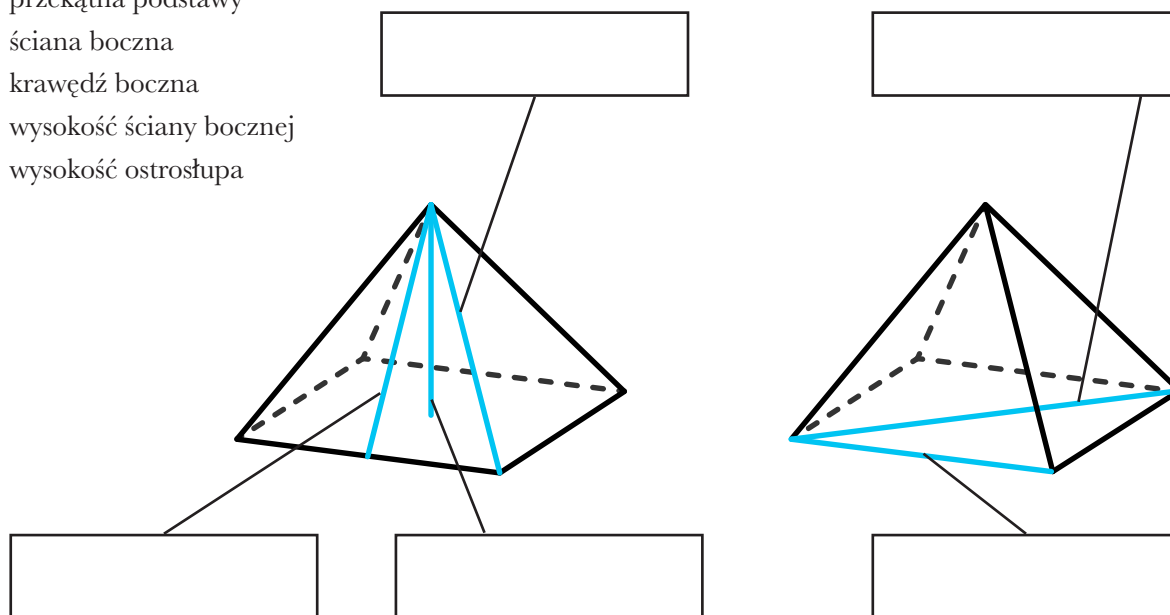
Przekrój tego ostrosłupa powstały po przecięciu go płaszczyzną prostopadłą do jego podstawy i przechodzącą przez przekątną podstawy jest trójkątem równobocznym.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Przekrój poprzeczny ostrosłupa powstały po przecięciu go płaszczyzną przechodzącą przez środek jego wysokości ma pole 4 razy mniejsze od pola podstawy tego ostrosłupa.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

OSTROSŁUP PRAWIDŁOWY CZWOROKĄTNY – KĄT MIĘDZY ODCINKIEM A WYSOKOŚCIĄ OSTROSŁUPA (ZP)

Zadanie 1

Wstaw właściwe nazwy w puste pola.

- podstawa
- krawędź podstawy
- przekątna podstawy
- ściana boczna
- krawędź boczna
- wysokość ściany bocznej
- wysokość ostrosłupa



Zadanie 2

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma tę samą długość co przekątna jego podstawy. Jaką miarę ma kąt między wysokością ostrosłupa a krawędzią boczną? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

■ OSTROŚLUP PRAWIDŁOWY SZEŚCIOKĄTNY – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego może być równa wysokości ostrosłupa.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Ściany boczne ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego mogą być trójkątami równobocznymi.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

■ WALEC – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Dany jest walec, którego wysokość jest równa średnicy jego podstawy i wynosi 8 cm.

Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Przekątna powierzchni bocznej walca wynosi $8\sqrt{2}$ cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole powierzchni bocznej walca wynosi 64π cm ² .	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

■ WALEC – PRZEKROJE (ZP)

Zadanie 1

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku długości 12. Ile wynosi suma pól obu podstaw walca? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 32 B. 72 C. 36π D. 72π

■ STOŻEK – SIATKA (ZP)

Zadanie 1

Dany jest stożek, którego tworząca jest równa średnicy jego podstawy i wynosi 6 cm.

Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Podstawa stożka ma obwód większy niż 18 cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole powierzchni bocznej stożka jest równe 18π cm ² .	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

■ STOŻEK – PRZEKROJE (ZP)

Zadanie 1

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym o ramieniu długości 5 i podstawie długości 6. Ile wynosi wysokość stożka? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

■ KULA – PRZEKROJE (ZP)

Zadanie 1

Dana jest kula o średnicy długości 12 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Promień każdego koła będącego przekrojem tej kuli ma długość 6 cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole przekroju kuli powstałego w wyniku przecięcia jej płaszczyzną przechodzącą przez środek promienia tej kuli jest równe $9\pi \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

■ KULA – BRYŁY WPISANE W KULĘ (ZR)

Zadanie 1

Dany jest prostopadłościan o wymiarach podstawy 3 cm i 4 cm oraz wysokości 12 cm. Zaznacz P przy zdaniu prawdziwym, a F – przy zdaniu fałszywym.

Średnica kuli opisanej na tym prostopadłościanie ma długość 13 cm.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F
Pole przekroju osiowego kuli opisanej na tym prostopadłościanie jest równe $169\pi \text{ cm}^2$.	<input type="checkbox"/> P	<input type="checkbox"/> F

■ KULA – BRYŁY OPISANE NA KULI (ZR)

Zadanie 1

Ile wynosi objętość sześcianu opisanego na kuli, której promień ma długość 5? Wybierz właściwą odpowiedź.

- A. 125 B. 300 C. 600 D. 1000

Odpowiedzi do zadań zamieszczonych w aplikacji

BRYŁA	OPCJA	ODPOWIEDŹ
Sześciąt	Przekątne	1. P, F; 2. D
	Przekroje	B
Prostopadłościan	Przekroje	P, F
Graniastosłup prawidłowy trójkątny	Siatka	P, F
	Przekroje	B
Graniastosłup prosty czworokątny	Siatka	Nie, C
	Przekątne	P, F
Graniastosłup prawidłowy czworokątny	Siatka	A
	Kąt między odcinkami	2. F, P
Graniastosłup prawidłowy sześciokątny	Siatka	P, P
	Kąt między przekątną a podstawą	D
Ostrosłup prawidłowy trójkątny	Siatka	F, P
	Kąt dwuścienny	C
Ostrosłup prawidłowy czworokątny	Siatka	P, P
	Przekroje	F, P
	Kąt między odcinkiem a wysokością ostrosłupa	2. D
Ostrosłup prawidłowy sześciokątny	Siatka	F, F
Walec	Siatka	F, P
	Przekroje	D
Stożek	Siatka	P, P
	Przekroje	C
Kula	Przekroje	F, F
	Bryły wpisane w kulę	P, F
	Bryły opisane na kuli	D

Pomysły na VR-lekcje

Pomysły zostały opracowane przez nauczycieli praktyków. Są to propozycje wykorzystania aplikacji VR do wprowadzenia, przypomnienia lub utrwalenia podstawowych pojęć z zakresu stereometrii zawartych w podstawie programowej dla szkoły ponadpodstawowej (niekiedy dwa osobne pomysły dotyczą tego samego zagadnienia, opracowanego jednak w odmienny sposób).

LISTA POMYSŁÓW NA VR-LEKCJE


1. Poznaj aplikację *Geometria przestrzenna (stereometria)*
2. Graniastosłupy
3. Budowa i własności graniastosłupów
4. Odcinki w graniastosłupach
5. Pole powierzchni graniastosłupa
6. Objętość graniastosłupa
7. Sześcian – własności bryły
8. Prostopadłościan – własności bryły
9. Graniastosłup prawidłowy sześciokątny – własności bryły
10. Graniastosłup prawidłowy sześciokątny – siatka bryły
11. Graniastosłup prawidłowy sześciokątny – pole powierzchni
12. Sześcian – przekroje
13. Sześcian – pole przekroju
14. Prostopadłościan – przekroje
15. Prostopadłościan – pole przekroju
16. Przekroje prostopadłościanu
17. Przekroje graniastosłupów
18. Ostrosłup prawidłowy trójkątny – budowa bryły
19. Ostrosłup prawidłowy trójkątny – pole powierzchni i objętość
20. Czworoscian foremny
21. Ostrosłup prawidłowy czworokątny – pole powierzchni i objętość
22. Ostrosłup czworokątny – własności bryły
23. Ostrosłup prawidłowy czworokątny – siatka bryły
24. Ostrosłup prawidłowy czworokątny – przekroje
25. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny – pole powierzchni i objętość
26. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny – własności bryły
27. Ostrosłup prawidłowy sześciokątny – warunek istnienia
28. Własności brył obrotowych
29. Własności walca

Z materiałów tych warto skorzystać zarówno na całych lekcjach matematyki, jak i podczas fragmentów zajęć prowadzonych w standardowy sposób. Nauczyciel może zrealizować je w całości lub potraktować jako inspirację do przeprowadzenia własnych lekcji z Empiriuszem.

Aplikacja wraz z obudową metodyczną w postaci pomysłów na VR-lekcje to wsparcie dla nauczyciela, który odgrywa kluczową rolę podczas zajęć:

- angażuje uczniów – wybiera osoby do pracy z aplikacją, kieruje pracą pozostałych uczniów, wskazuje zadania do rozwiązania;
- jest przewodnikiem po wirtualnej rzeczywistości – nadzoruje czynności osoby w goglach, wyznacza zagadnienia do realizacji;
- przekazuje wiedzę z zakresu stereometrii – komentuje to, co widać na ekranie, zadaje pytania dodatkowe, omawia z uczniami własności figur przestrzennych.

Pomysły na VR-lekcje zostały zamieszczone w osobnych dokumentach i składają się z powtarzalnych, stałych elementów.

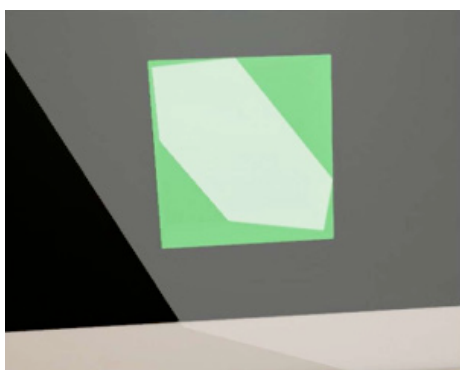
- **KSZTAŁCONE UMIEJĘTNOŚCI MATEMATYCZNE** to umiejętności i/lub elementy wiedzy, które uczniowie opanowują bądź rozwijają przy okazji realizacji danego pomysłu.
- W części **PRACA Z APLIKACJĄ** opisano wykorzystanie aplikacji w postaci listy czynności, które można wykonać, aby uzyskać dany efekt na ekranie (nie musi być to jedyny sposób).
- We **WSKAZÓWKACH METODYCZNYCH** zamieszczono podpowiedzi, na jakie elementy warto skierować uwagę uczniów, o czym wspomnieć albo jakie treści z podstawy programowej przypomnieć lub wprowadzić w danym momencie.
- Element **WARTO WIEDZIEĆ**, oznaczony ikoną gogli , zawiera praktyczne informacje i wskazówki dotyczące funkcjonalności aplikacji.
- **KARTY PRACY** zawierają zestawy prostych ćwiczeń lub jedno zadanie w formie „krok po kroku”. Można je nazwać również *kartami zadań*, *kartami misji* czy *zestawem wyzwań*. Materiały te nie tylko uatrakcyjnią lekcję, lecz także będą znakomitą formą gotowej notatki powtórkowo-syntetyzującej. Mogą posłużyć zarówno do pracy indywidualnej uczniów, jak i do pracy w grupach. Można je wykorzystać też jako element grywalizacji prowadzonej np. według zasady „kto pierwszy, ten piątka”. Karty pracy zamieszczono na końcu każdego pomysłu na VR-lekcję, na osobnych stronach, aby ułatwić nauczycielowi ich wydrukowanie.
- **KLUCZ ODPOWIEDZI** zawiera odpowiedzi do ćwiczeń lub zadań z kart pracy.

WSKAZÓWKI DO REALIZACJI POMYSŁÓW

Warto na początek zrealizować pierwszy pomysł na VR-lekcję (*Poznaj aplikację „Geometria przestrzenna”*), ponieważ znacznie ułatwi on wdrożenie uczniów w pracę z aplikacją. Podczas realizacji pomysłów 16–21 warto zwrócić uwagę na następujące kwestie:



- W opcji **Przekroje** uczeń może poruszać zarówno bryłę (z użyciem joysticka), jak i płaszczyznę (za pomocą suwaków). Otrzymuje w ten sposób przekroje o różnych kształtach.
- Należy pamiętać o tym, że w aplikacji prezentowany jest fragment płaszczyzny, więc w zależności od ustawienia bryły i płaszczyzny niektóre z otrzymanych przekrojów mogą być niepełne.
- W aplikacji uczeń może swobodnie tworzyć przekroje, posługując się suwakami, ale warto zatrzymać jego działania w odpowiednich momentach, żeby pozostałe osoby mogły zauważyć i nazwać otrzymywane figury.



- Warto pokierować pracą z aplikacją tak, aby uczniowie sami wnioskowali, od czego zależy kształt przekroju sześciianu lub innego graniastopuła.
- Warto poprosić uczniów, aby zwrócili uwagę na różne położenia płaszczyzny przecinającej bryłę i różnorodność wielokątów będących przekrojami graniastopuła.
- Warto sugerować osobie w goglach ustawianie płaszczyzny w taki sposób, aby powstały przekroje przydatne do rozwiązywania różnych zadań.



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o. 2023

Opracowanie redakcyjne: Iwona Miklikowska.

Redakcja merytoryczna: Katarzyna Labudda.

Redakcja językowa i współpraca redakcyjna: Jarosław Błochowiak.

Projekt graficzny: Rafał Kwiczor, Dariusz Szachtsznajder.

Realizacja projektu graficznego: Rafał Kwiczor.

Autorzy pomysłów na VR-lekcje: Dorota Szymańska (pomysły 3–27), Krzysztof Jasiński (pomysły 2, 28, 29).

Ilustracje pochodzą z aplikacji:

Matematyka – Geometria przestrzenna (stereometria).

Nowa Era Sp. z o.o.

Aleje Jerozolimskie 146 D, 02-305 Warszawa

www.nowaera.pl, e-mail: nowaera@nowaera.pl

Centrum Kontaktu: 58 721 48 00